

# Likningssett i GeoGebra Classic 5.0

av

Vetle-A. Schultz

## Innholdsfortegnelse:

|  |         |
|--|---------|
| Likningssett (likninger med to ukjente) – grafisk løsning i GeoGebra ..... | side 3  |
| Likningssett (likninger med to ukjente) – løsning med CAS i GeoGebra ..... | side 14 |
| Kilder .....   | side 18 |

## Likningssett (likninger med to ukjente) – grafisk løsning i GeoGebra

I dette heftet bruker vi oppgave 2.143 i læreboka Nummer 10:

**Oppgave 2.143**

Løs oppgavene ved hjelp av innsettingsmetoden eller addisjonsmetoden. Velg den metoden du til enhver tid synes er mest effektiv.

|                           |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|
| <b>a</b> I $4x - 2y = 2$  | <b>d</b> I $3x + 4y = -6$        |
| II $x - 3y = 3$           | II $4x + 5y = -7$                |
| <b>b</b> I $2x - 2y = 10$ | <b>e</b> I $-0,2x - 0,8y = -0,2$ |
| II $6x + 2y = -2$         | II $0,8 + 0,6x = -0,4y$          |
| <b>c</b> I $3x - 2y = 2$  | <b>f</b> I $6x + 3y = -3$        |
| II $3x + y = 5$           | II $x - 3y = -4$                 |

Likningssett (likninger med to ukjente) kan løses i GeoGebra ved grafisk løsning eller i CAS (Computer Algebra System).

Vi løser likningssettet først ved grafisk løsning og bruker 2.143 a som eksempel:

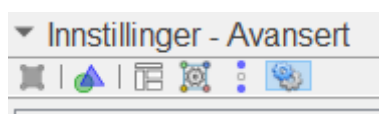
Start GeoGebra på vanlig måte.

Vi starter med å legge inn navn på aksene:

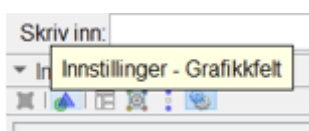
Vi velger «Innstillinger» i den tekstmenyen øverst, deretter velger vi «Avansert»



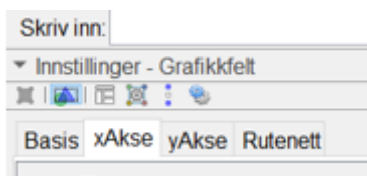
Vi får opp denne menyen:



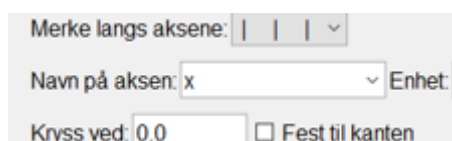
Her velger vi symbolet med grønn sirkel og blå trekant:  
«Innstillinger – Grafikkfelt»



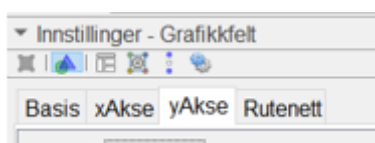
Vi velger «xAkse»:



Vi legger inn «x» som navn på aksen:



Vi gjør tilsvarende for y-aksen, velger «yAkse»:



Vi legger inn «y» som navn på aksen:

Merke langs aksene: | | | v

Navn på aksene: y v Enhet:

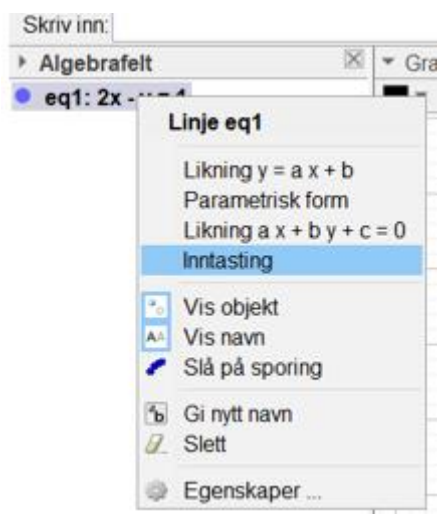
Kryss ved: 0.0  Fest til kanten


Til slutt lagrer vi dette ved å trykke på krysset øverst til høyre i dialogboksen:



Skriv inn « $4x-2y=2$ » inn i «Skriv inn»-feltet og trykk enter.

GeoGebra har som standard å forenkle likningene og kan ofte skrive dem på en annen form enn det oppgaven var. Vi endrer dette ved å høyreklikke på likningen i algebrafeltet og velge «Inntasting»:



Velg  og dra likningen fra algebrafeltet til grafen i grafikkfeltet.

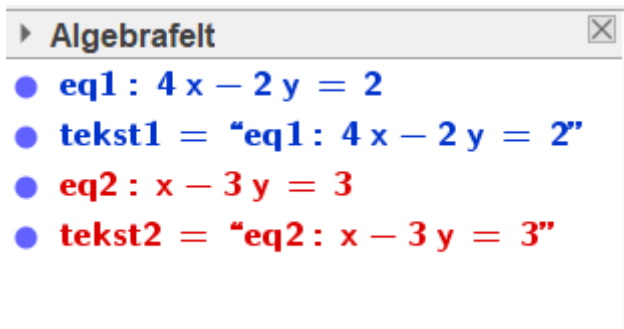
Deretter skriver du inn « $x-3y=3$ » inn i «Skriv inn»-feltet og trykk enter. Igjen velger du «Inntasting» som vist over dersom GeoGebra endrer på likningen.

Også her velger du

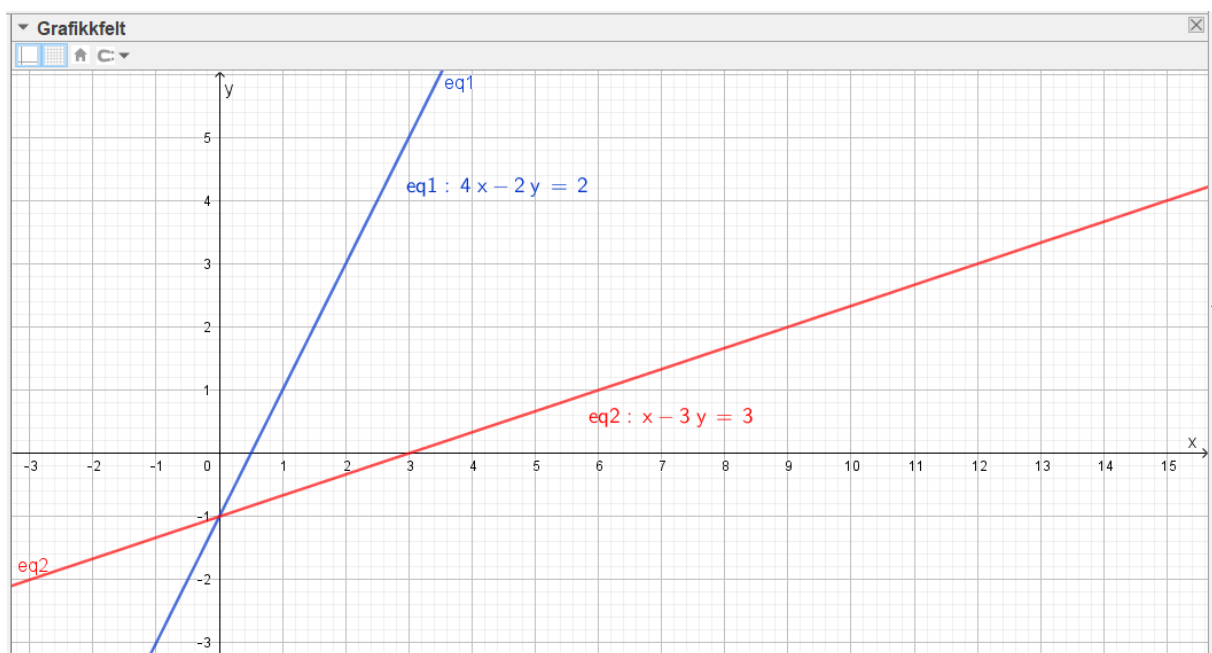


og drar likningen fra algebrafeltet til grafen i grafikkfeltet.

Algebrafeltet kan da se slik ut:

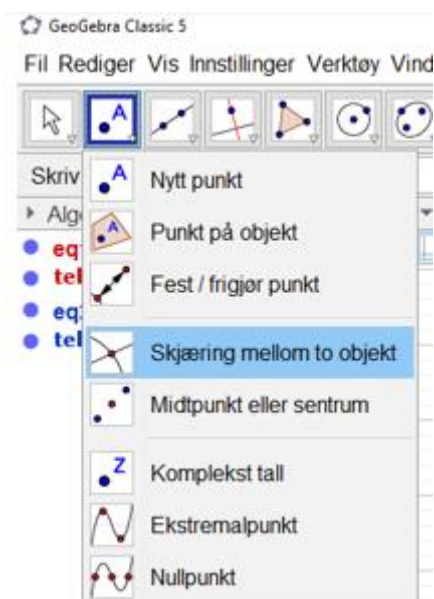


Grafikkfeltet kan se slik ut:




Her ser du at de to grafene skjærer hverandre. Vi finner løsningen på likningssettet i koordinatene til skjæringspunktet: x-koordinaten gir løsningen for x og y-koordinaten gir løsningen for y.

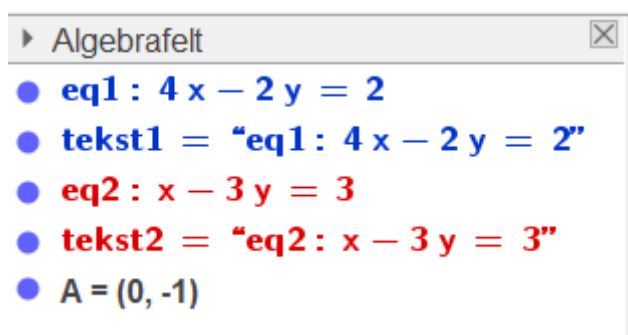
Vi finner løsningen ved å bruke kommandoen «Skjæring mellom to objekt»:



Først velger du kommandoen «Skjæring mellom to objekt» som vist over. Deretter trykker du en gang på hver av grafene. GeoGebra svarer ved å gi deg skjæringspunktet som et punkt i grafikkfeltet og koordinatene i algebrafeltet.

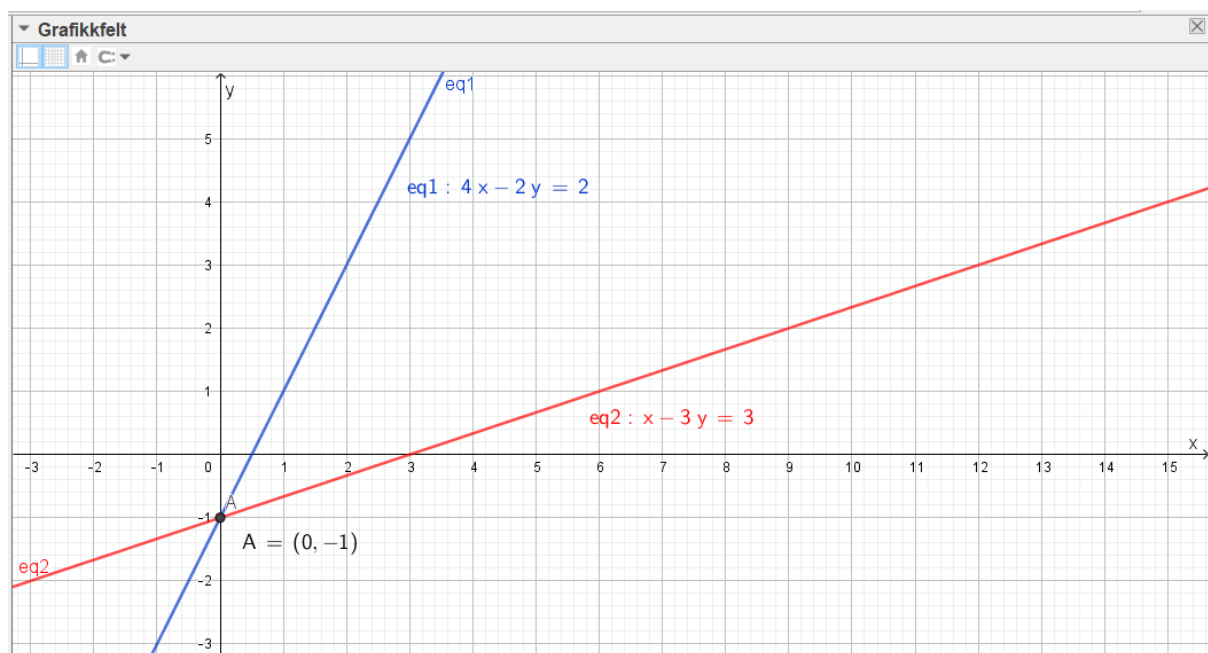
Velg  og dra koordinatene til skjæringspunktet fra algebrafeltet og ut til grafikkfeltet.

Algebrafeltet kan da se slik ut:





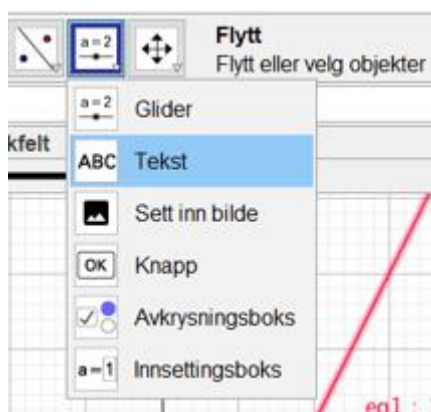
Grafikkfeltet kan se slik ut:



Siden løsningen på likningssettet ligger i koordinatene til skjæringspunktet, ser vi her at x-koordinaten er 0 og y-koordinaten er -1. Dette gir løsningen at  $x=0$  og  $y=-1$ .

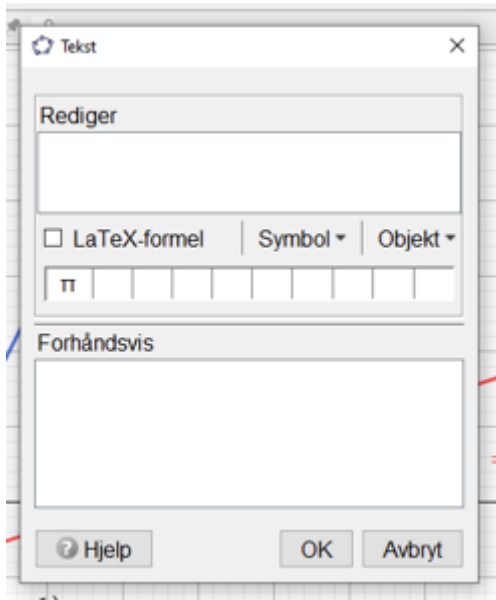
Vi skriver svaret inn som tekstsvart i grafikkfeltet:

Velg kommando for å skrive tekst:



Trykk på stedet i grafikkfeltet hvor du vil ha tekstsvaret.

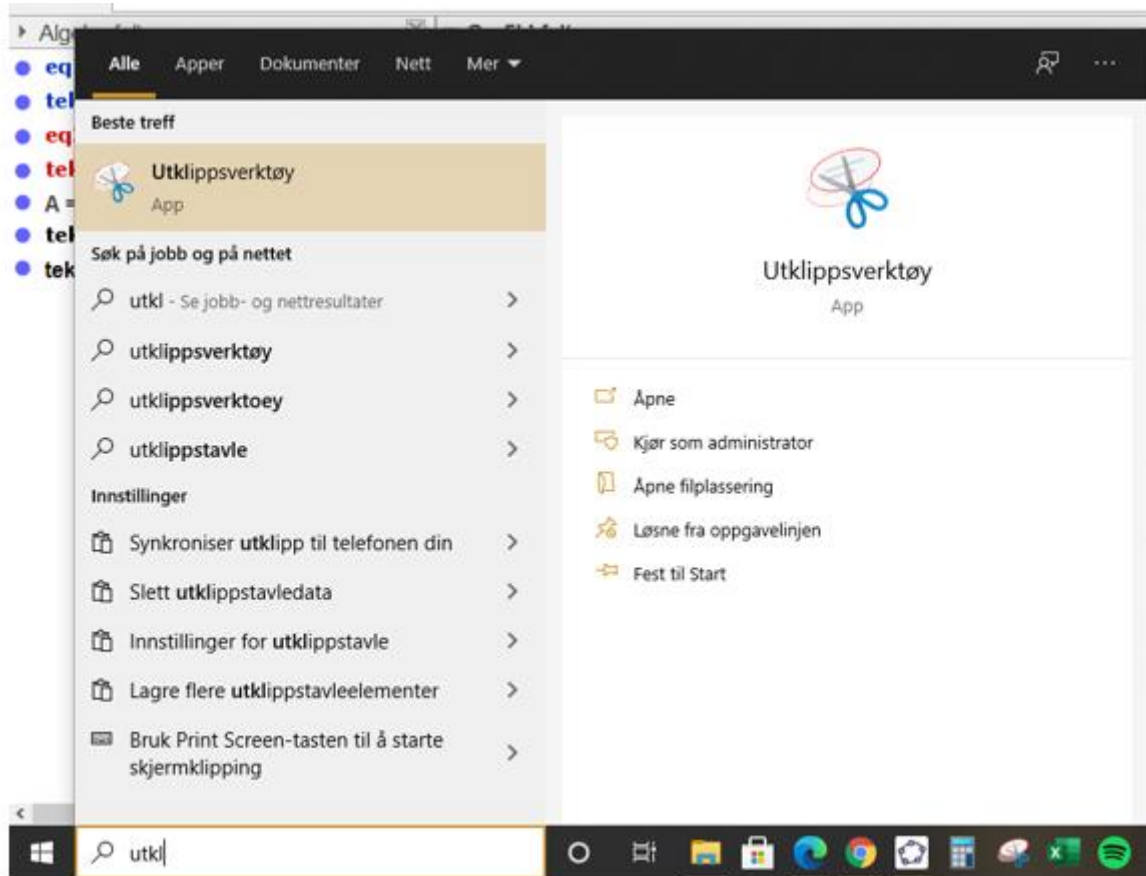
Vi får opp denne dialogboksen:



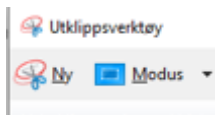
I «rediger»-feltet skriver du: «Svar:  $x=0$  og  $y=-1$ » og trykker til slutt på «OK».

En fullverdig besvarelse (i forhold til prøver, heldagsprøver og eksamen) inneholder algebrafeltet, grafikkfeltet og fremgangsmåten.

Velg utklippstverktøy i søkemenyen til Windows:

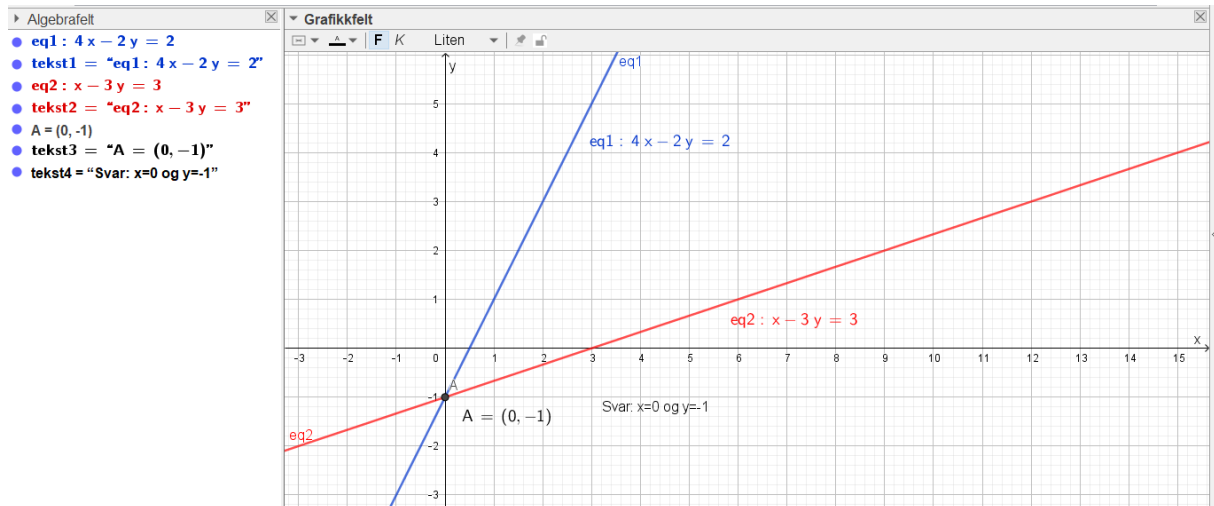


Velg «Ny» som vist under:

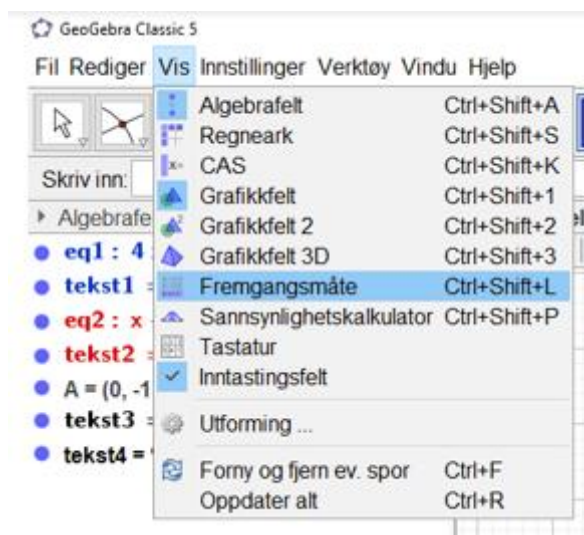


Velg hele algebrafeltet og hele grafikkfeltet (pass først på at alt vises i algebrafeltet) og lim inn i et Word-dokument (med liggende retning for arket):

## Likningssett i GeoGebra Classic 5.0



Nå velger du «Vis» i den øverste menyen i GeoGebra:



Deretter velger du «Fremgangsmåte».

Nå vises fremgangsmåten, men trolig vises ikke alt. Dobbelklikk på «Fremgangsmåte» du ser øverst på bildet under:

| Nr. | Navn     | Fork...  | Verdi                 | Objekter |
|-----|----------|----------|-----------------------|----------|
| 1   | Linje... |          | eq1: ...              | eq       |
| 2   | Teks...  | Formel   | "eq1: ...<br>true, tr | te       |
| 3   | Linje... |          | eq2: ...              | eq       |
| 4   | Teks...  | Formel   | "eq2: ...<br>true, tr | te       |
| 5   | Punk...  | Skjæring | A = (...<br>mellon    | A        |
| 6   | Teks...  | Formel   | "A\, ...<br>true, tr  | te       |
| 7   | Teks...  |          | "Sva...               | tel      |

Bruk utklippingsverktøy og lim fremgangsmåten inn i Word-dokumentet:

| Nr. | Navn         | Verktøylinjeikon | Forklaring                   | Verdi   |
|-----|--------------|------------------|------------------------------|---|
| 1   | Linje eq1    |                  |                              | eq1: $4x - 2y = 2$                                |
| 2   | Tekst tekst1 |                  | Formeltekst(eq1, true, true) | "eq1: $\sqrt{4} \sqrt{x-2} \sqrt{y} = \sqrt{2}$ " |
| 3   | Linje eq2    |                  |                              | eq2: $x - 3y = 3$                                 |
| 4   | Tekst tekst2 |                  | Formeltekst(eq2, true, true) | "eq2: $\sqrt{x-3} \sqrt{y} = \sqrt{3}$ "          |
| 5   | Punkt A      |                  | Skjæring mellom eq1 og eq2   | A = (0, -1)                                       |
| 6   | Tekst tekst3 |                  | Formeltekst(A, true, true)   | "A\, = $\left(0, -1 \right)$ "                    |
| 7   | Tekst tekst4 |                  |                              | "Svar: x=0 og y=-1"                               |

Oppgaven er nå klar for levering.

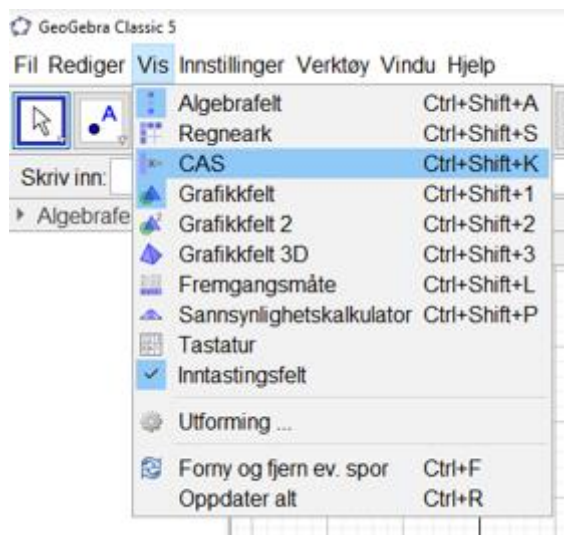
## Likningssett (likninger med to ukjente) – Løsning med CAS i GeoGebra

Vi skal nå løse et likningssett ved å bruke CAS-verktøyet i GeoGebra.  
Vi bruker 2.143 b som eksempel:

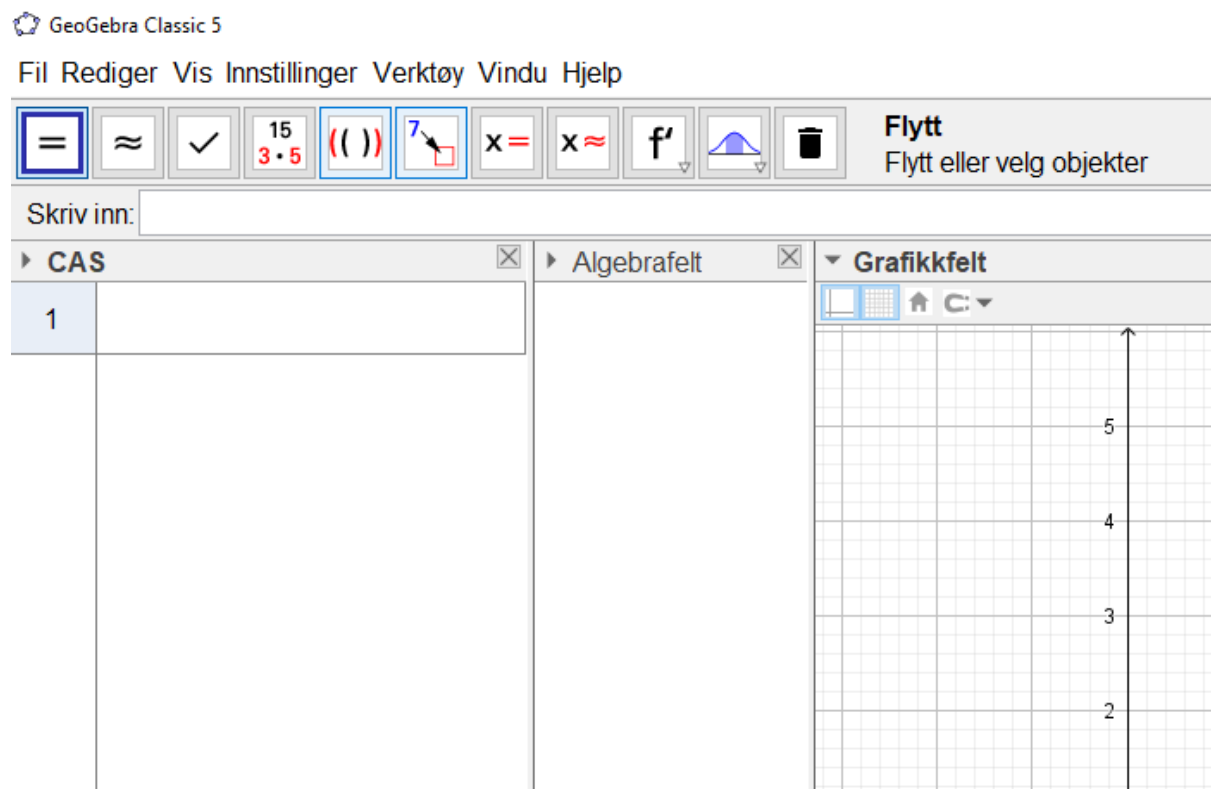
$$\begin{array}{l} \text{b I } 2x - 2y = 10 \\ \text{II } 6x + 2y = -2 \end{array}$$

Vi starter GeoGebra på vanlig måte.

Vi velger «Vis» i øverste meny, deretter «CAS», se bildet under:



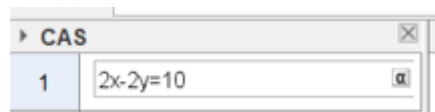
Vi får frem dette i GeoGebra:



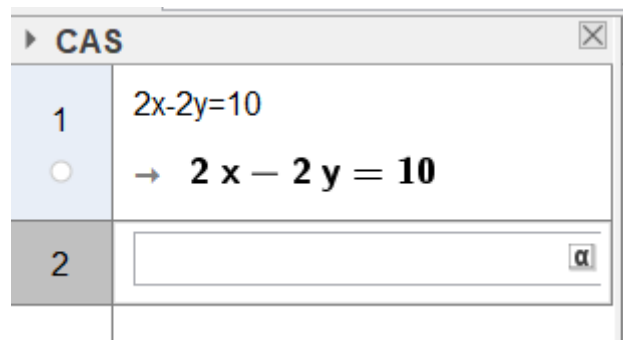
Vi skal skrive inn i feltet merket «1»:



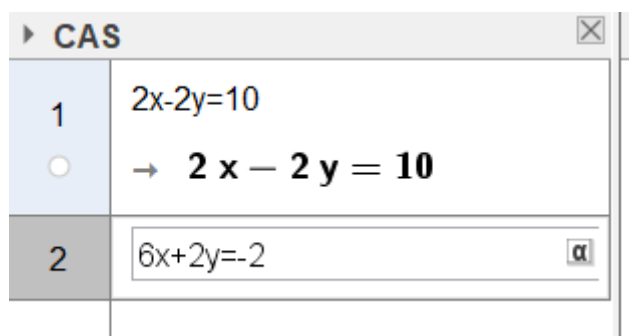
Vi skriver inn likning I i innskrivningsfelt nr 1 i CAS:



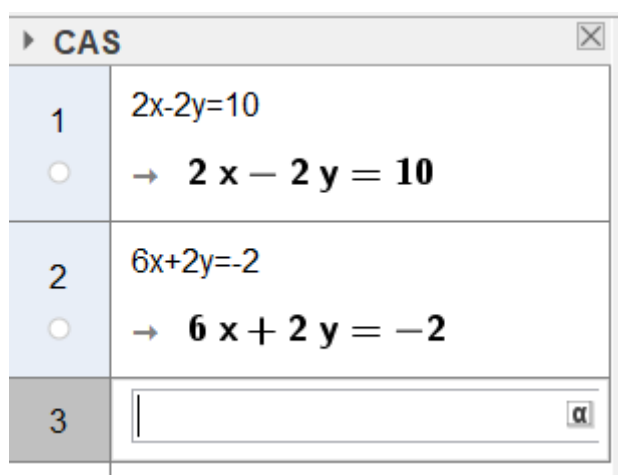
Deretter trykker vi «enter». GeoGebra svarer ved å vise dette:



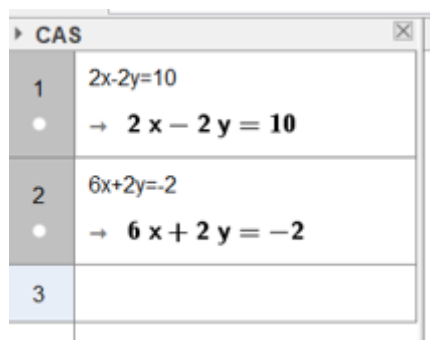
Vi skriver inn likning II i innskrivningsfelt nr 2 i CAS:



Nå trykker vi igjen «enter». GeoGebra svarer ved å vise dette:

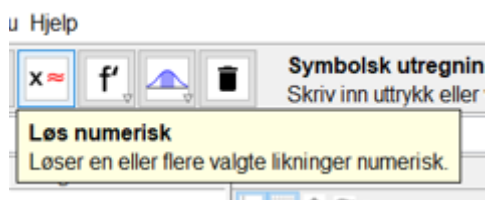


Vi skal nå velge linje 1 og 2. Dette gjør du ved å trykke på «1» og holde museknappen nede mens du også velger linje 2. Feltene merket «1» og «2» blir mørkegrå for å markere valget.





Nå velger du kommandoknappen «Løs numerisk» 



GeoGebra svarer ved å vise dette:

| CAS |   |
|-----|---|
| 1   | $2x-2y=10$<br><input type="radio"/> $\rightarrow 2x - 2y = 10$        |
| 2   | $6x+2y=-2$<br><input type="radio"/> $\rightarrow 6x + 2y = -2$        |
| 3   | $\{ \$1, \$2 \}$<br><input type="radio"/> NLøs: $\{ x = 1, y = -4 \}$ |
| 4   | <input type="text"/>  |

Bruk utklippingsverktøyet (se side 11) og lim inn utklippet som vist over inn i et Word-dokument. Dette er godkjent som å løse oppgaven ved regning (algebraisk) på prøver, heldagsprøver og eksamen.

Kilder:

A.Hole, R. Jensen m.fl: Nummer 10, 1.utgave, Aschehoug 2016, s.237

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

<https://sokeresultat.udir.no/eksamensoppgaver.html?ExCatalogType>Name=Eksamensveiledninger%3BForh%C3%A5ndssensurer&query=mat0010> (Forhåndssensur 2019 )